Anne-Marie Pastel

et Pierre Jullien

vous présentent leurs

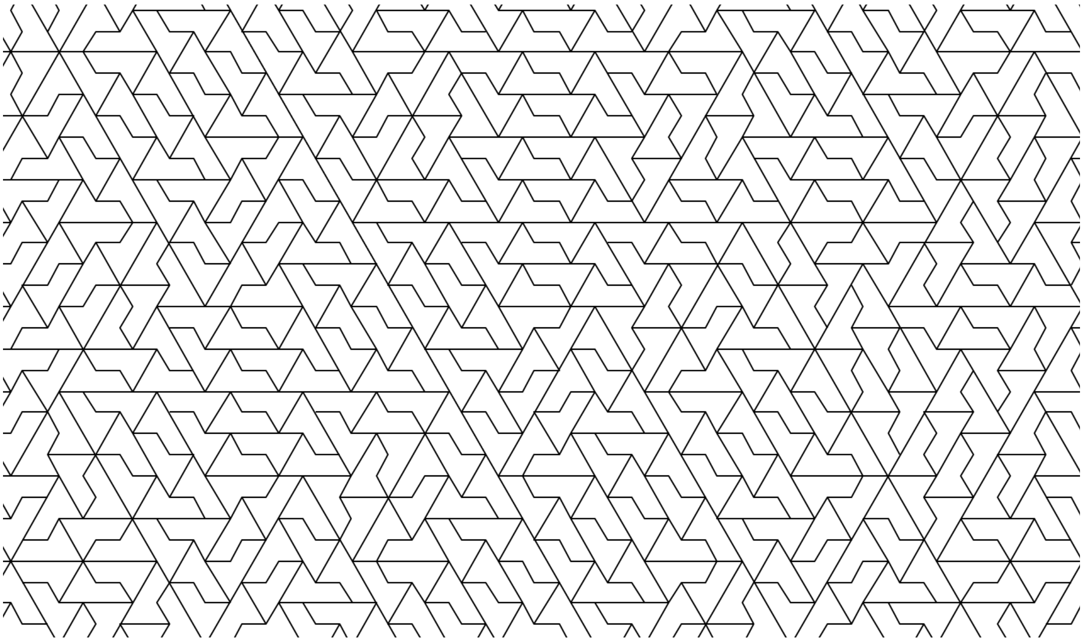
Meilleurs vœux

pour 2025

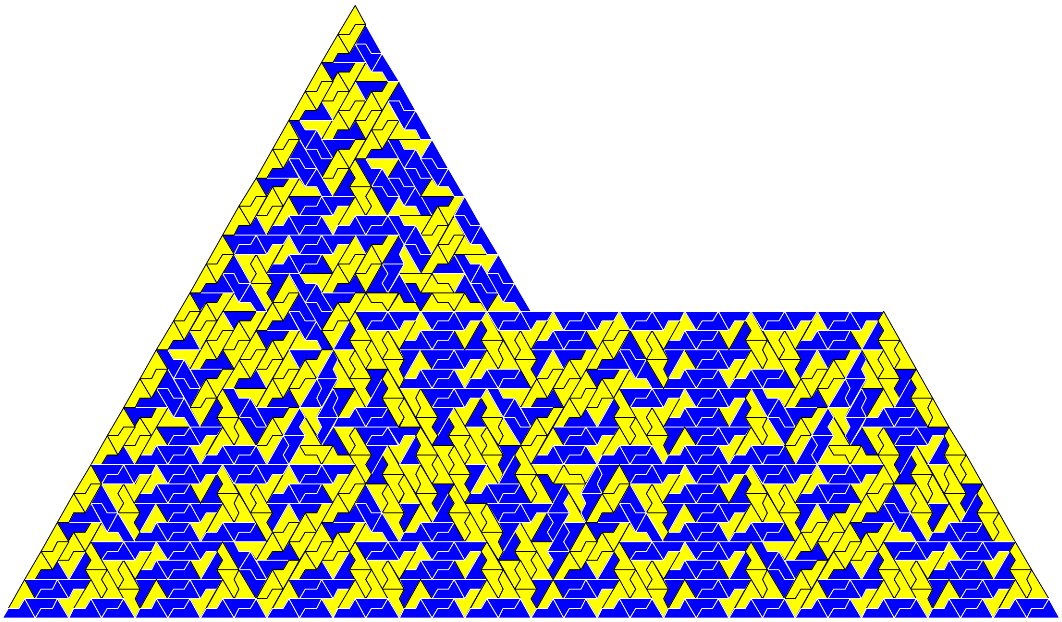
Image trouvée sur internet, libre de droit

Cette année nous vous proposons l'étude d'une figure introduite vers 1960, par Solomon W. Colomb (1932-2016), vulgarisée par Martin Gardner (1914-2010).

Commençons par deux images !



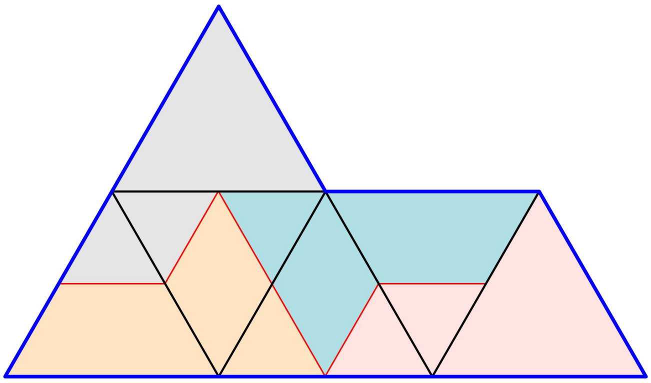
Oh là là ! Ils sont nombreux.



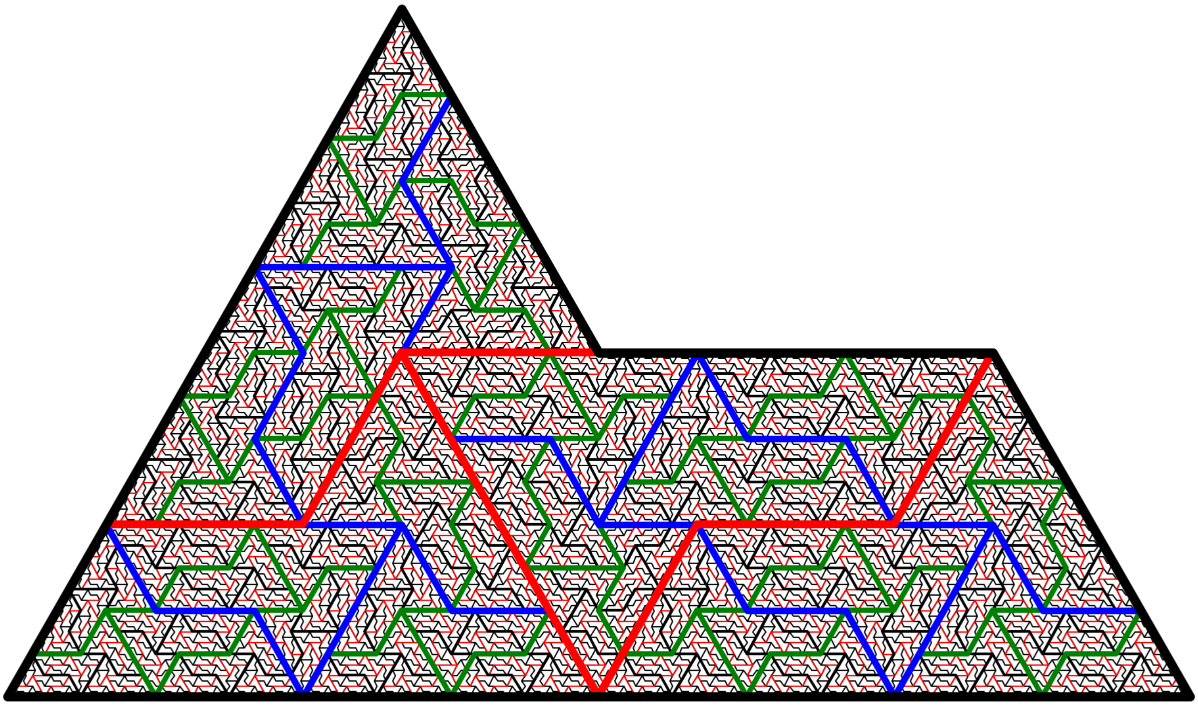
Des jaunes et des bleus.

Le sphinx

Le pentagone ci-contre bordé de bleu, constitué de six triangles équilatéraux de même taille, est connu sous le nom de *sphinx*. Il a la particularité de pouvoir être découpé en quatre sphinx plus petits, que nous appelons ses fils.



Après les fils, viennent les petits-fils, les arrière-petits-fils, etc.



De génération en génération

La première image *Oh là là ! Ils sont nombreux* est un extrait d'un découpage pour plusieurs générations.

Le sphinx fait le bonheur des enseignants, de la maternelle (sous forme puzzle) à l'université (comme exemple de fractal).

Remarquons que seul le fils dans la tête du père lui ressemble directement. Il porte sa tête à gauche, alors que ses trois frères portent leur tête à droite. S'il est nécessaire de faire la différence, nous distinguerons les *sphinx droits* et les *sphinx gauches*, images en miroir les uns des autres.

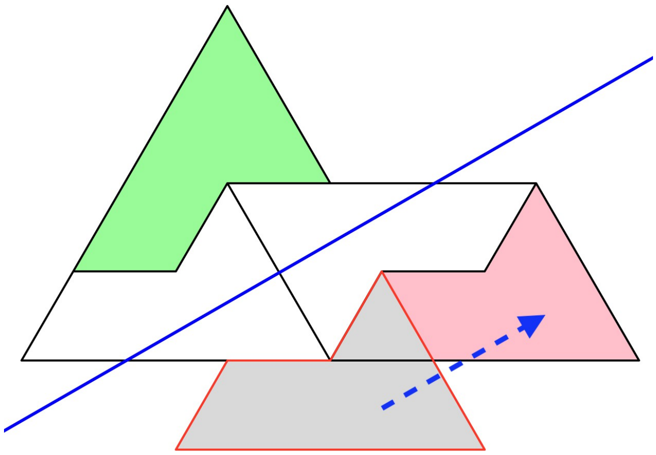
La deuxième image *Des jaunes et des bleus* met en évidence les descendants directement semblables au sphinx initial (en jaune) et les autres (en bleu), à la cinquième génération. D'une génération à la suivante, le nombre de jaunes est (de peu) inférieur ou supérieur au nombre de bleus, selon que le nombre de générations choisi est impair ou pair

D'un frère à l'autre

Les trois frères directement semblables entre eux se déduisent les uns des autres, par des transformations élémentaires (translations et demi-tours).

C'est un peu plus compliqué pour passer du frère de la tête à chacun des autres.

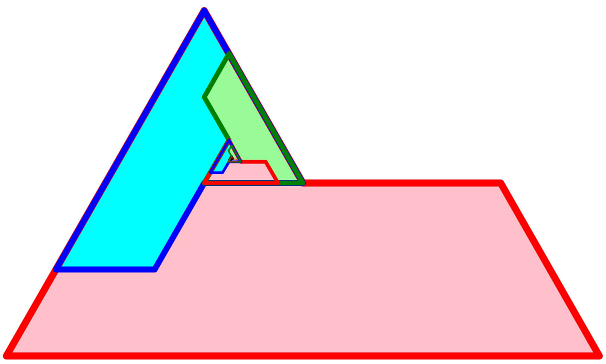
Par exemple : pour passer du frère de la tête (en vert) à celui de l'arrière train (en rose), on peut disposer correctement un miroir (en bleu) pour obtenir son image reflétée (en gris) et la glisser convenablement, parallèlement au miroir.



Nous vous invitons à opérer de manière analogue pour les deux autres frères.

L'œil du sphinx

Intéressons-nous à la descendance du sphinx selon les fils de la tête, les seuls qui ressemblent directement à leur père.



Il apparaît qu'ils sont de plus en plus petits, imbriqués les uns dans les autres et contiennent un même point que nous baptisons *œil du sphinx*. Ce point possède la même position relative dans chacun des descendants directs du père initial.

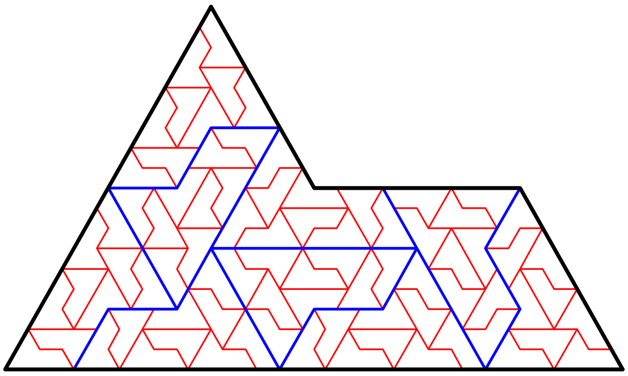
Comment situer exactement ce point à l'intérieur du sphinx initial ?

Nous remarquons qu'à la troisième génération, un zoom (à partir de l'œil du sphinx, de rapport 8) projette l'arrière-petit-fils sur son arrière-grand-père.

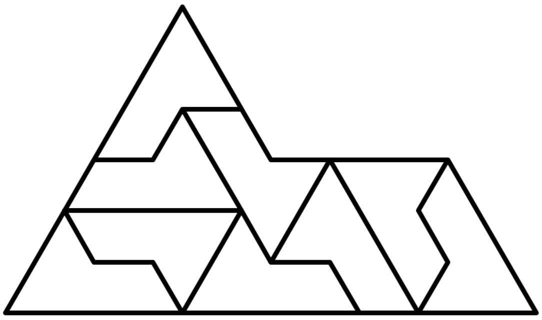
Dans le même ordre d'idées, à titre d'exercice, recherchez pour chacun des autres frères le point, qui à la même position relative dans chaque sphinx de sa lignée.

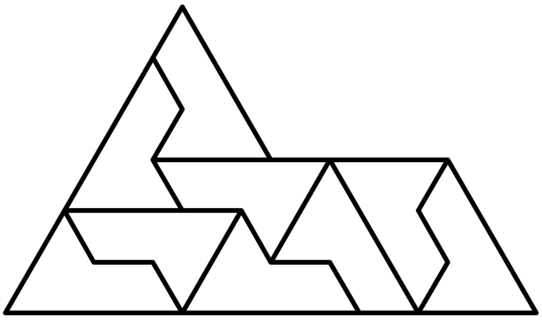
Un papa prolifique

Il existe des espèces de sphinx, qui ont neuf fils et non pas quatre. Ci-dessous un tel sphinx avec ses 9 fils et ses 81 petits-fils.



Voici deux autres papas différents avec neuf descendants.





Pour ces sphinx, une étude analogue à la précédente est un peu plus longue. Nous vous autorisons à la faire !

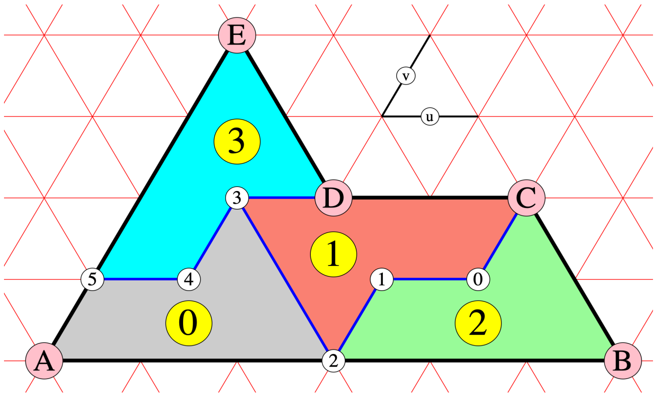
Nous ignorons (sans vergogne!) si il existe beaucoup d'autres papas, qui ont neuf fils, seize fils, vingt-cinq fils, etc.

En 1962, Solomon W. Colomb a proposé le mot *reptuile* pour les figures reproductibles par juxtaposition de figures semblables. Sur Google taper "reptuile" et/ou "sphinx mathématique" .

BONNES FÊTES et encore BONNE ANNÉE !

Annexe pour celles et ceux qui souhaitent savoir comment nous faisons les différents images.

Nous caractérisons un sphinx **S** par deux points A et B et un sens s : ±1 selon qu'il porte sa tête à gauche ou à droite. Ainsi **S** = [A,B,s] comme liste de trois valeurs.



À **S**, nous associons le vecteur u = (B-A)/6 et le vecteur v déduit de u par une rotation de s*π/3 . Ainsi C = A + 4*u + 2*v ; D = A + 2*u + 2*v ; E = A + 4*v

D'où un premier attribut : bord(**S**) = [A,B,C,D,E] liste des sommets.

Nous repérons les points : I_0 = A + 4*u + v ; I_1 = A + 3*u + v ; I_2 = A + 3*u ; I_3 = A + u + 2*v ; I_4 = A + u + v ; I_5 = A + v et obtenons les quatre fils :

F_0(**S**) = [I_2,A,-s] **F_1**(**S**) = [I_3,C,-s] **F_2**(**S**) = [B,I_2,-s] **F_3**(**S**) = [E,I_5,s]

Deux derniers attributs utiles sont la longueur de u que nous notons : taille(**S**) et le rang dans l'arbre généalogique (0 pour le sphinx initial ; 1 pour les fils ; 2 pour les petits-fils ; 3 pour les arrière-petits-fils ; etc.) que nous notons : rang(**S**).

taille(**F**(**S**)) = taille(**S**)/2 et rang(**F**(**S**)) = rang(**S**) + 1

Avec cette mise en place, la connaissance d'un sphinx (caractérisé par deux points et un sens) nous permet de connaître ses enfants, sa taille, de le dessiner, de le colorer (selon le logiciel de dessin dont on dispose), etc.

Nous utilisons Python et enverrons volontiers nos programmes à celles et ceux, qui nous les demanderont.